

O uso do livro didático e o desempenho dos alunos do ensino fundamental em problemas de combinatória

The use of the textbook and the performance of combinatorial problems by elementary school students (1/9 graders)

Leny R. M. Teixeira*

Edileni G. de Campos**

Mônica Vasconcellos***

Sheila Denize Guimarães****

* Dra. em Psicologia Escolar pela Universidade de São Paulo. Profa. no PPGE-Mestrado em Educação da UCDB.
e-mail: lteixeira@stenet.com.br

**Mestre em Educação pela UCDB.
e-mail: edileni@brturbo.com.br

*** Doutoranda do PPGE- Doutorado da UFMS/CAPES.
e-mail: vasconellosdeoliveira@hotmail.com

**** Doutoranda do PPGE- Doutorado da UFMS/FUNDECT.
e-mail: sheiladgui@hotmail.com

Resumo

Resumo: A pesquisa teve por objetivo realizar uma análise comparativa entre os problemas que envolvem combinatória trabalhados em duas escolas públicas de Campo Grande-MS e o desempenho de 40 alunos dos 6^o e 9^o anos do Ensino Fundamental, obtidos em uma prova. Para tanto, realizou um levantamento da frequência e dos tipos de problemas de estrutura multiplicativa presentes nos materiais didáticos utilizados nas respectivas escolas. Os resultados mostraram que, em número de acertos, a escola A apresentou uma pequena diferença em relação à B. Em ambas as escolas os alunos obtiveram melhor desempenho nos problemas que apresentaram valores baixos e duas variáveis. Os resultados apontaram pouca interferência do uso do livro didático no desempenho dos alunos.

Palavras-chave

Desempenho dos alunos. Problemas de combinatória. Ensino fundamental. Material didático.

Abstract

The objective of the present research was to perform a comparative analysis between combinatorial problems, taught in two public schools in Mato Grosso, MS and the performance of Elementary school students (6th and 9th grades) obtained in a test. For this purpose a survey was done to obtain the frequency and the

kinds of multiplicative structure problems present in the textbooks used in the respective schools. The 40 subjects came from two municipal schools, 10 subjects from each grade: School A (6th grade), School A (9th grade), School B (6th grade), School B (9th grade). The results showed that, as far as number of right answers, School A presented a slight difference from School B. In both schools students had a better performance with problems containing low numbers and two variables. The results indicate little interference from the textbook in the performance of the students.

Key words

Student performance. Combinatorial problems. Elementary school. Textbook.

Introdução

A solução de problemas deve ser compreendida como um meio e um critério para a aquisição dos conceitos matemáticos. Um meio, porque a análise dos problemas, das soluções e dos erros é pedagogicamente essencial para que as crianças compreendam que relações são importantes e como podem ser tratadas; um critério, porque o fracasso na transformação e na composição de relações se traduz em lacunas e falta de conhecimento (VERGNAUD, 1991). Nessa perspectiva, a Resolução de Problemas deve ser entendida como uma estratégia de ensino em sala de aula, não apenas para ensinar “como” resolver problemas, mas também como um caminho que possibilita a geração de novos conhecimentos matemáticos. Há que se considerar ainda que tal estratégia se aplica conforme os diferentes conteúdos. No caso desta pesquisa, a resolução de problemas terá como foco o raciocínio multiplicativo, mais particularmente referente ao cálculo de combinatória.

Por um lado, a prática de ensino que utiliza a resolução de problemas é desenvolvida pelos professores tendo como base,

na maioria das vezes, a utilização do livro didático como principal recurso para a prática docente, constituindo-se a única referência do professor, tanto do ponto de vista teórico quanto metodológico (DANTE, 1996; LAJOLO, 1996). Desse modo, o livro didático possui influência direta no planejamento didático (textos, exemplos e atividades) e na seqüência dos conteúdos, que passam a ser elaborados exclusivamente, tendo como referência sugestões apresentadas por esse material. Na realidade, a maneira pela qual as aulas são organizadas e programadas acaba sendo amparada no livro didático (FURTADO, 1987; FREITAG, 1997). Essa prática parece ser reforçada pelo Estado, que busca usar o livro didático como uma forma de controle do trabalho realizado pelo professor (SCAFF, 2000).

Por outro lado, Mandarinino e Belfort (2004) apontam que pesquisas recentes parecem indicar que o livro texto é mais do que uma simples ferramenta para os professores de Matemática: ele é também material de estudo e, muitas vezes, a única fonte com a qual o professor pode contar para lidar com as conseqüências de uma formação inicial deficiente e o único material sistematizado ao qual o aluno tem acesso.

Em relação à adoção do livro didático de Matemática, dois fatores, possivelmente, influenciam as escolhas realizadas pelos professores de Matemática: a formação do professor e o tempo de experiência. De um lado, os professores de Matemática com pouca experiência no magistério podem tornar-se inseguros quanto aos seus conhecimentos; buscam então adotar livros didáticos que não os coloquem em situações que testem seus conhecimentos e suas práticas, dando preferência àqueles cujos conteúdos são apresentados de forma simplificada, com ênfase em procedimentos e não em conceitos. Por outro lado, os professores de maior experiência mostram necessidade de mudar suas escolhas em relação ao livro didático adotado anteriormente, motivados por experiências insatisfatórias, ou seja, buscam na estrutura do livro a ser adotado algo diferente do anterior (MANDARINO e BELFORT,2004).

Ao comentar a questão do livro didático, Silva Júnior (2005, p. 27, grifo do autor) destaca dois critérios que os professores dizem usar para a escolha do livro didático: que ele seja “[...] um instrumento agradável e útil. Assim, por exemplo, um livro ilustrado e colorido pode pesar bastante na escolha por parte do professor, pensando que tais características agradam ao aluno”. E o livro útil

[...] é aquele que, apresentando o saber socialmente construído de forma sistematizada, desafia permanentemente o aluno a questionar à sua volta. É o livro que favorece o debate, o questionamento; que não aceita respostas prontas e acabadas e que não raciocina pelo aluno. (Ibidem, p.27).

Atualmente, os professores podem utilizar como critério de escolha o Guia de Livros Didáticos (BRASIL, 2007) que contém

[...] os princípios norteadores da análise, bem como os critérios de cada área e ainda as resenhas das obras aprovadas. [...] As resenhas oferecem informações pedagógicas e revelam o que está sendo entendido como ideal para conduzir a prática escolar (PAIS, 2006).

Fica evidente portanto, que o livro didático constitui um instrumento da ação pedagógica do professor. Como tal, pode constituir, tanto do ponto de vista da forma como do conteúdo, um recurso interessante para a aprendizagem dos alunos, dependendo da maneira pela qual o professor o utiliza. No caso desta pesquisa, estamos interessados em verificar a presença de problemas multiplicativos, mais especificamente de combinatória, como apareceram no livro didático, e se esse fato influenciou a resolução de problemas da mesma natureza em outras situações.

Considerando a importância da resolução de problemas na aprendizagem da Matemática e o livro didático como principal recurso didático utilizado pelo professor, nos propusemos a indagar: Que tipos de problemas multiplicativos são apresentados aos alunos? Com que frequência eles são usados? Quais as dificuldades que os alunos apresentam ao resolver problemas multiplicativos?

O presente artigo relata os resultados da pesquisa que teve como objetivos: a) fazer um levantamento, via material didático, dos tipos e frequência dos problemas multiplicativos propostos por Vergnaud

(1991) utilizados em duas escolas públicas de Campo Grande-MS; b) realizar uma análise comparativa dos problemas trabalhados nas respectivas escolas com o desempenho dos alunos dos 6^o e 9^o anos do Ensino Fundamental em problemas envolvendo combinatória.

Campo Conceitual Multiplicativo

Para Vergnaud (1991), o campo conceitual das estruturas multiplicativas refere-se ao conjunto das situações que demandam multiplicações e divisões de diferentes tipos ou a combinação dessas operações.

Para esse autor, a complexidade e diversidade em relação ao domínio das relações multiplicativas podem ser ilustradas através da resolução de um conjunto de problemas complexos que podem ser identificados a partir de três categorias distintas próprias das estruturas multiplicativas: isomorfismo de medidas, produto de medidas e proporção múltipla.

- Isomorfismo de medidas caracteriza-se por envolver uma relação quaternária, isto é, uma proporção simples entre dois espaços de medida. Os esquemas utilizados para resolver estes problemas envolvem diferentes níveis de dificuldades: multiplicação, regra de três ou divisão. Entretanto, todos podem ser representados por esquemas análogos, em que uma quantidade é procurada. Por exemplo: "Tenho 3 pacotes de iogurtes. Existem 4 iogurtes em cada pacote. Quantos iogurtes tenho?" (VERGNAUD, 1991, p.197)
- Produto de medidas: que envolve uma

relação ternária entre três quantidades, isto é, a composição de dois espaços de medidas em relação a uma terceira medida, tanto no plano numérico como no plano dimensional. Vergnaud (1991) comenta que esta estrutura cartesiana de duas medidas para encontrar uma terceira medida pode ser observada em problemas que envolvem volume, área e combinatória. Por exemplo: "Trocando somente de blusão e cachecol, Ana pode ter 15 trajes diferentes. Ela tem 3 blusões. Quantos cachecóis ela tem?" (VERGNAUD, 1991, p. 214)

Note-se que, neste problema, o número de trajes deve ser dividido pelo número de blusões para se achar o número de cachecóis. Portanto, três elementos diferentes estão relacionados entre si, uma vez que cada traje a ser usado requer um blusão e um cachecol diferente, ou seja, para cada blusão usado existe a possibilidade de usar cinco cachecóis diferentes para formar os trajes.

- Proporção múltipla: envolve a relação entre três medidas, em que uma terceira medida é proporcionalmente independente das outras medidas de espaço. Por exemplo: "A produção de leite de uma fazenda é (sob certas condições) proporcional ao número de vacas e o número de dias do período considerado" (VERGNAUD, 1983, p. 138).

Segundo Nunes e Bryant (1997), o uso do princípio multiplicativo é bastante complexo, porque envolve domínio de várias relações que ultrapassam a simples identificação da multiplicação como adição de parcelas iguais. De acordo com os

autores, a criança deve aprender a entender um conjunto inteiramente novo de sentidos de número e um novo conjunto de invariáveis, as quais estão relacionadas à multiplicação e à divisão. Diferentemente da adição e da subtração, as situações de raciocínio multiplicativo não envolvem ações de unir e separar e destacam, por exemplo, a correspondência um para muitos como situação multiplicativa. Este tipo de correspondência torna-se básico para um novo conceito: o de proporção que se refere a situações em que se deve manter constante a diferença entre dois conjuntos.

Os autores (Ibid., p. 143-144) assinalam que o esquema de correspondência um para muitos é o fator invariável da situação, diferenciando-se substancialmente do tipo de invariável presente no raciocínio aditivo. Eles acrescentam:

[...] ações efetuadas para manter uma proporção invariável não são unir/separar, mas replicação [...] e seu inverso. Replicação não é como unir, em que qualquer quantidade pode ser acrescentada a um conjunto. Replicação envolve somar a cada conjunto a unidade correspondente para o conjunto, de modo que a correspondência invariável um para muitos seja mantida. Por exemplo, na relação 'um carro tem quatro rodas', a unidade a ser considerada no conjunto de carros é uma, enquanto a unidade no conjunto de rodas é uma unidade composta de quatro rodas. O inverso de replicar é remover unidades correspondentes de cada conjunto. Se removemos um carro devemos remover quatro rodas, a fim de manter a proporção 1: 4 entre carros e rodas.

Em síntese, as situações de correspondência um para muitos envolvem o desenvolvimento de dois novos sentidos de número: o da proporção e o do fator escalar que se refere ao número de replicações aplicadas a ambos os conjuntos, mantendo a proporção constante. Cabe destacar que nenhum desses sentidos se relaciona ao tamanho do conjunto, ou seja, a proporção e o fator escalar permanecem constantes mesmo quando o tamanho varia (NUNES e BRYANT, 1997). Portanto, o raciocínio multiplicativo é bastante complexo e requer processos cognitivos abstratos, os quais o professor precisa conhecer a fim de trabalhar diferentes tipos de situações que possibilitariam melhores condições aos alunos para a construção de conceitos matemáticos relativos às estruturas multiplicativas.

Metodologia

A pesquisa foi realizada em duas etapas. Na primeira etapa¹, 40 alunos dos 6^o e 9^o anos de duas escolas públicas de Campo Grande/MS participaram da aplicação individual de uma prova que continha oito problemas de estrutura multiplicativa relativos à combinatória (Quadro 1), elaborados com base na Teoria dos Campos Conceituais proposta por Vergnaud (1991). Os alunos compuseram quatro grupos: Escola A (6^o ano) – 10 alunos; Escola A (9^o ano) – 10 alunos; Escola B (6^o ano) – 10 alunos; Escola B (9^o ano) – 10 alunos.

- Problema 1: Vi em uma revista que uma artista de televisão tem 86 pares de sapatos e 54 tipos de meias. Quantas vezes ela pode sair sem repetir a combinação de sapatos e meias?
- Problema 2: Tatiana vai a uma festa a fantasia usando peruca e óculos. Em uma loja ela encontrou 42 tipos de perucas e 26 tipos de óculos. De quantas maneiras ela pode se arrumar usando um óculos e uma peruca de cada vez?
- Problema 3: Uma loja vende bolsas de dois tamanhos (pequenas e grandes) em quatro cores diferentes (preta, marrom, azul e branca). Maria quer comprar uma bolsa nesta loja. Quantos tipos diferentes de bolsa ela pode escolher?
- Problema 4: Vou dar uma festa e servirei sanduíches. Para fazer os sanduíches comprei dois tipos de queijos e quatro tipos de pães. Quantos sanduíches diferentes posso servir com um tipo de pão e um tipo de queijo?
- Problema 5: Uma sapataria tem 45 pares diferentes de sapatos, 36 tipos de bolsa e 24 tipos de cinto. Cristiane quer comprar um sapato, uma bolsa e um cinto. Quantos conjuntos diferentes de bolsa, sapato e cinto ela pode escolher nesta loja?
- Problema 6: Valéria tem 32 colares, 92 pulseiras e 65 anéis. De quantas maneiras diferentes ela pode se arrumar, usando apenas um colar, uma pulseira e um anel de cada vez?
- Problema 7: Em uma sorveteria por quilo existem 6 sabores de sorvete, 3 coberturas e dois tipos de casquinhas. De quantas maneiras diferentes você pode se servir, sabendo que todos os sorvetes são acompanhados de casquinha e cobertura?
- Problema 8: Na festa de aniversário de Lúcio, cada criança vai receber um saquinho de lembrança. Para fazer os saquinhos, a mãe de Lúcio comprou dois sabores de pirulito, 3 sabores de chiclete e 2 sabores de bombons. Quantos tipos diferentes de saquinhos ela pode fazer com um sabor de pirulito, um sabor de chiclete e um sabor de bombom?

Quadro 1: Problemas de estrutura multiplicativa relativos à combinatória.

Na segunda, foram analisados os materiais didáticos de Matemática utilizados nas duas escolas envolvidas na primeira etapa, com o objetivo de identificar quais tipos de problemas de estrutura multiplicativa estariam presentes nos respectivos materiais. A análise dos materiais didáticos foi realizada a partir de diferentes fontes de dados. Na escola A, foram analisados os cadernos dos alunos, tendo em vista que o professor não usava o livro didático, embora tivesse sido adotado pela escola. Na escola B, foi feito um levantamento dos tipos de problemas multiplicativos presentes no livro didático “Prati-

cando Matemática”² dos 6^o e 9^o anos. Por último, foram analisados os cadernos dos alunos da mesma escola para verificar quais problemas tinham sido trabalhados em sala de aula. Os cadernos selecionados eram de alunos avaliados pelos professores como “bons alunos”, ou seja, que tiravam boas notas e eram assíduos às aulas.

Análise e Discussão dos Resultados

Os dados apresentados a seguir são relativos às duas etapas. Em primeiro lugar, descreveremos o levantamento dos problemas trabalhados nos livros e cadernos das duas escolas.

Ao analisarmos os cadernos dos alunos da escola A, foi possível perceber que, tanto no 6º quanto no 9º ano, o professor apresentava uma introdução formal dos conceitos matemáticos. Iniciava com uma explicação ou situação resolvida seguida de exercícios-padrão para o aluno. Verificamos que foi trabalhado um número muito

reduzido de problemas multiplicativos como pode ser observado na tabela 1, a seguir. Além disso deu-se ênfase à memorização e à repetição nos exercícios propostos.

A tabela 1 apresenta os tipos de problemas multiplicativos presentes nos cadernos dos alunos da escola A.

Tabela 1: Tipos de problemas multiplicativos presentes nos cadernos dos alunos da escola A.

Problemas trabalhados		Problemas do livro 6º ano	Problemas do caderno 6º ano	Problemas do livro 9º ano	Problemas do caderno 9º ano
Categories de Vergnaud	Subcategorias				
	• Multiplicação Simples	-	2	-	1
Isomorfismo de Medidas	• Divisão (partição)	-	1	-	-
	• Divisão (quotas)	-	-	-	-
	• Proporção	-	-	-	8
subtotal			3		9
Produto de Medidas	• Combinatória	-	1	-	-
	• Área	-	-	-	69
	• Volume	-	-	-	1
subtotal			1		70
Total			4		79

Como podemos observar, na tabela 1 foram propostos 79 problemas aos alunos do 9º ano. Desse total, 70 referiam-se ao produto de medidas, sendo que 69 problemas envolviam área e apenas um deles volume. Em relação aos 9 problemas restantes, 8 estavam relacionados ao isomorfismo de medidas, sendo 8 de proporção e 1 de multiplicação simples. Identificamos também que os alunos não resolveram nenhum problema relacionado à combinatória. No entanto, houve um número elevado deles, envolvendo área, (muitos dos quais trabalhando equação do segundo

grau) e um número relativamente baixo daqueles relacionados aos outros tipos de problemas multiplicativos.

As demais atividades presentes nos cadernos foram classificadas como exercícios, pois envolviam apenas aplicações de propriedades e algoritmos, como por exemplo, calcular o valor de expressões numéricas, aplicar as propriedades das potências e dos radicais, operar com radicais (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Em relação ao 6º ano, identificamos que foram trabalhados apenas quatro problemas, dos quais três envolviam

isomorfismo de medidas, já que se referiam à multiplicação e divisão e apenas 1 envolvia produto de medidas (combinatória). Percebemos que a ênfase foi dada aos exercícios que exigiam a aplicação de algoritmos e propriedades, como por exemplo, calcular o valor de expressões numéricas, aplicar as propriedades das potências, calcular a raiz quadrada de um número, encontrar os divisores de um número, achar o mínimo múltiplo comum (MMC), operar com frações e decimais (adição, subtração, multiplicação e divisão).

Comparando-se as duas turmas, podemos afirmar que, no 9^o ano, foi trabalhado um número maior de problemas que no 6^o ano, embora tenha sido apresentado aos alunos um número maior de problemas envolvendo área (Produto de Medidas).

Diante dos resultados encontrados, podemos dizer que o número de problemas apresentados nas duas séries foi muito baixo, considerando a quantidade de aulas previstas no calendário letivo.

Na escola B, o levantamento foi feito nos livros didáticos e nos cadernos dos alunos. A tabela 1 apresenta os tipos de problemas multiplicativos presentes nos cadernos dos alunos da escola A. Em geral, as atividades propostas nos livros estão relacionadas a situações que envolvem desafios, tratamento da informação – gráficos, tabelas e situações do cotidiano. Observamos que os conteúdos são introduzidos por uma situação motivadora, por meio de textos, de exemplos ou, mais raramente, de situações-problema para o aluno resolver. Em seguida comparecem atividades de sistematização, de aplicação e de aprofunda-

mento. Há vários exemplos em que são comparadas diferentes estratégias de resolução de problemas (BRASIL, 1998), embora o estímulo a essa prática seja pouco frequente nas atividades. Entre estas, destacam-se as que favorecem o desenvolvimento das competências complexas, tais como observar, explorar, estabelecer relações e generalizar. Outro ponto positivo são as atividades que envolvem cálculo mental, bem como o uso da calculadora, de materiais concretos variados e desenhos.

Quanto à distribuição dos problemas multiplicativos, verificamos que o livro didático do 6^o ano apresenta uma introdução formal aos conceitos de multiplicação e divisão, com uma unidade específica para abordá-los, na qual se concentra a maior parte dos problemas multiplicativos desse material. Cabe destacar que a unidade referida apresenta, por um lado, uma introdução aos conceitos, iniciando com uma explicação ou situação resolvida seguida de exercícios de algoritmos ou problemas-padrão para o aluno resolver. Por outro lado, existe uma separação entre multiplicação e divisão, aparecendo primeiro os problemas de multiplicação e, em seguida, os de divisão. Ao final da unidade, são propostos exercícios de revisão, envolvendo as duas operações e alguns desafios.

No livro didático do 9^o ano não há um tópico específico para os problemas multiplicativos, pois estão presentes em todas as unidades. Quanto aos tipos de problemas multiplicativos, observamos que os mais explorados foram os relacionados à área.

A tabela 2 mostra os tipos de problemas multiplicativos encontrados nos livros e nos cadernos dos alunos da escola B.

Tabela 2: Referente aos problemas multiplicativos presentes nos livros e nos cadernos dos alunos da escola B.

Problemas trabalhados		Problemas do livro 6º ano	Problemas do caderno 6º ano	Problemas do livro 9º ano	Problemas do caderno 9º ano
Categorias de Vergnaud	Subcategorias				
	• Multiplicação simples	41	8	36	2
Isomorfismo de Medidas	• Divisão (partição)	7	2	-	-
	• Divisão (quotas)	11	2	-	-
	• Proporção	21	1	19	-
subtotal		80	13	55	2
Produto de Medidas	• Combinatória	22	4	52	3
	• Área	23	-	129	5
	• Volume	26	-	20	-
subtotal		71	4	201	8
Total		151	17	256	10

Em relação à análise dos livros didáticos utilizados nas duas séries, verificamos que houve um número bastante expressivo de problemas que envolviam o campo conceitual multiplicativo. No 9º ano, identificamos 256 problemas e no sexto ano 151, como mostra a tabela 2.

Dos 256 problemas encontrados no 9º ano, 201 estavam relacionados ao tipo produto de medidas, que envolviam área, volume e combinatória e 55 eram do tipo isomorfismo de medidas, ou seja, estavam relacionados à multiplicação simples e à proporção. Cabe ressaltar que não foi identificado nenhum problema de divisão (quotas e partição). Sendo assim, no 9º ano houve um alto índice de problemas relaciona-

dos à área (129) e uma quantidade razoável de outros envolvendo combinatória (52) e multiplicação simples (36). Entretanto, apresenta-se um número menor de situações-problema relacionadas a volume (20) e à proporção (19).

No 6º ano, verificamos 151 problemas multiplicativos. Desses, 80 se relacionavam ao isomorfismo de medidas e 71 a produto de medidas. Como se pode ler na tabela 2, a maior quantidade de problemas envolvia multiplicação (41). Já os problemas relacionados à área (26), volume (23), combinatória (22) e proporção (21) compareceram de forma equilibrada. Quanto aos 18 problemas de divisão, 11 referiam-se à divisão por quotas e 7 à divisão partitiva.

Os dados examinados a seguir são referentes aos cadernos dos alunos dos 6º e 9º anos da escola B.

A análise nos permitiu identificar que, no 9º ano, os alunos resolveram apenas 10 problemas, sendo cinco de área, três de combinatória e dois de multiplicação simples. Em relação ao 6º ano, foram propostos aos alunos 17 problemas, sendo oito de multiplicação, quatro de combinatória, quatro de divisão (2 de quotas e 2 de partição) e apenas um de proporção. Considerando que foram analisados os cadernos de alunos que tiravam boas notas e não faltavam às aulas, é possível afirmar que, apesar da grande quantidade de problemas multiplicativos presentes nos livros didáticos, os problemas foram pouco trabalhados em sala de aula.

A análise dos cadernos dos alunos do 9º ano ainda nos possibilitou observar que, ao introduzir um conteúdo matemático, o professor sempre iniciava apresentando aos alunos os exercícios que apareciam resolvidos no livro didático. Não foi possível identificar outros exemplos ou formas diferentes de resolução. Pode-se inferir que essa prática de ensino não prepara os alunos para enfrentarem até mesmo as situações matemáticas mais simples surgidas em diferentes contextos.

A segunda etapa da análise refere-se ao desempenho dos alunos na resolução de problemas envolvendo combinatória, tendo em vista a comparação com os problemas trabalhados nas escolas.

A tabela 3 mostra a freqüência de acertos dos alunos na resolução dos problemas de combinatória.

Tabela 3: Freqüência de Acertos nos Problemas de Combinatória

Problemas	Acertos											
	Escola A						Escola B					
	6º ano		9º ano		Total		6º ano		9º ano		Total	
	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%	F	%
Problema 1	1	10	1	10	2	20	-	-	1	10	1	10
Problema 2	1	10	1	10	2	20	-	-	1	10	1	10
Problema 3	3	30	6	60	9	90	2	20	7	70	9	90
Problema 4	4	40	3	30	7	70	3	30	2	20	5	50
Problema 5	-	-	1	10	1	10	-	-	-	-	-	-
Problema 6	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
Problema 7	2	20	2	20	4	40	1	10	3	30	4	40
Problema 8	3	30	1	10	4	40	-	-	3	30	3	30

A tabela 3 esclarece que, de modo geral, na escola A não ocorreu grande diferença entre os alunos das duas séries, por-

que no 9º ano, em conjunto, os alunos acertaram 15 problemas e, no 6º ano, o índice foi de 14. No entanto, se compararmos o

desempenho dos alunos em cada problema, podemos notar que o melhor desempenho do 9º ano ocorreu no problema 3, enquanto no 6º ano foi no problema 4.

Na escola B, os alunos do 9º ano acertaram 17 problemas, sendo o melhor desempenho no problema 3, como aconteceu no 9º ano da escola A. Por outro lado, os alunos do 6º ano tiveram apenas 6 acertos nos 8 problemas.

Quanto ao número de acertos entre as duas escolas, os resultados apontaram que a escola A alcançou um pequeno aumento (29), comparado à escola B (23). Em

ambas, os alunos obtiveram melhor desempenho nos problemas 3 e 4, isto é, aqueles em que se apresentavam valores baixos e duas variáveis. Nos problemas 5 e 6, os índices de acerto foram mais baixos, provavelmente pelo fato de que esses continham valores altos e trabalhavam com três variáveis. Verificamos que, no problema 5, apenas 1 aluno (escola A) acertou, enquanto no problema 6 nenhum aluno obteve êxito.

A tabela 4 mostra a frequência dos problemas de combinatória trabalhados nas escolas A e B e o desempenho dos alunos na prova.

Tabela 4: Frequência dos problemas de combinatória trabalhados nas escolas A e B e o desempenho dos alunos na prova

Séries	Escola A			Escola B		
	Livro	Caderno	Acertos	Livro	Caderno	Acertos
6º ano	-	1	14	22	4	6
9º ano	-	-	15	52	3	17
Total	-	1	29	74	7	23

Em relação à escola A, que não adotou livro didático, verificamos que, durante o ano letivo, foi proposto aos alunos do 6º ano apenas um problema de combinatória, como mostra a tabela 4. No 9º ano nenhum desse tipo foi apresentado aos alunos. Apesar de o professor destas turmas afirmar que não utilizava o livro adotado pela escola, porque gostava de diversificar as atividades, notamos que, na prática, isso não ocorreu, porque no caderno do 6º ano encontramos apenas 4 problemas, sendo 3 de isomorfismo de medidas (2 de multipli-

cação simples e 1 de divisão por partição) e 1 de produto de medidas (combinatória).

No 9º ano, o professor priorizou os problemas de produto de medidas, já que dos 79 presentes nos cadernos dos alunos, 69 deles estavam relacionados a área e 1 envolvia volume. Os outros nove restantes eram do tipo isomorfismo de medidas, sendo 8 de proporção e 1 de multiplicação simples.

Quanto ao desempenho das turmas, o 9º ano obteve um acerto a mais que o 6º ano. Portanto, os anos de escolaridade

parecem não ter influenciado no desempenho dos alunos em relação aos problemas de combinatória. Embora a pesquisa não tenha verificado os problemas trabalhados nos 7^o e 8^o anos, podemos concluir que, de qualquer maneira, os problemas de combinatória não foram trabalhados ou, se foram, não contribuíram para melhorar o desempenho dos alunos nesse tipo de tarefa.

Em relação à escola B, que adotou o livro didático, identificamos 22 problemas de combinatória no livro do 6^o ano e 52 no livro do 9^o ano. Contudo, foram propostos aos alunos apenas 7 desse tipo. No 6^o ano, os alunos resolveram 4 e, no 9^o três problemas.

Em relação ao número de acertos, os alunos do 9^o ano obtiveram 17 acertos, enquanto os alunos do 6^o ano apenas 6. Diferentemente da escola A, os alunos com mais escolaridade apresentaram melhor desempenho.

Ao compararmos o desempenho dos alunos em ambas as escolas, a diferença do número de acertos entre as duas escolas foi pequena, visto que, na escola A, os alunos tiveram 29 acertos em todos os problemas, enquanto na escola B o índice foi de 23 acertos. Diante desse resultado, não podemos dizer que o desempenho dos alunos se deveu a um trabalho realizado pela escola.

Em síntese, o fato de os professores de ambas as escolas oferecerem pequena variedade de situações relativas ao campo conceitual das estruturas multiplicativas impossibilitou aos alunos ampliar e dominar os conceitos que fazem parte desse campo conceitual para aumentar assim o seu repertório, o que permitiria obter melhor desempenho na resolução dos problemas de combinatória.

Considerações Finais

Diante dos resultados obtidos, podemos afirmar, como mostra o trabalho de Kouba (1989), que os problemas envolvendo produto de medidas oferecem dificuldades mais profundas para os alunos do que aqueles relativos ao isomorfismo de medidas. A análise dos dados permite levantar alguns fatores que podem ter influenciado o desempenho dos alunos na resolução de problemas envolvendo combinatória: a) valores baixos e altos para as variáveis; b) número de variáveis (duas ou três) presentes no enunciado do problema; c) a quantidade de problemas propostos aos alunos envolvendo combinatória; d) a complexidade que envolve o raciocínio multiplicativo.

Em relação aos valores (baixos e altos) e às variáveis (duas ou três) verificamos que esses aspectos influenciaram o desempenho dos alunos, conforme também foi salientado por Brito e Correa (2003), considerando que, nas duas escolas, os alunos obtiveram mais acertos nos problemas 3 e 4, que continham valores baixos e duas variáveis. Por outro lado, o menor desempenho foi encontrado nos problemas 5 e 6, que apresentavam valores altos e três variáveis.

Quanto aos problemas apresentados aos alunos na sala de aula, verificamos que os de combinatória praticamente não foram trabalhados, levando-se em conta a quantidade de aulas de Matemática num ano letivo: na escola A, os alunos do 6^o ano resolveram 1 problema e os alunos do 9^o ano nenhum; na escola B resolveram 7, sendo que 4 foram apresentados aos alunos do 6^o ano e os demais aos alunos do 9^o ano.

Moro e Soares (2006) afirmam que os problemas de combinatória são pouco freqüentes na Matemática da escola básica brasileira. Segundo as autoras, identificar e descrever as estratégias de solução desses problemas pelos alunos representa um caminho para estimular sua presença nas propostas dos professores. No terreno da aprendizagem escolar da Matemática é interessante conhecer a progressão do raciocínio por combinatória do aluno da escola elementar que, provavelmente, venha a ser revelada e/ou estimulada pela solução de tal gênero de problemas.

Nesta pesquisa foi possível verificar que, embora as escolas (A e B) tenham utilizado materiais didáticos diferentes, ambas priorizaram a transmissão de informações, considerando que houve grande quantidade de exercícios de aplicação de propriedades e treino de algoritmos. Em outras palavras, os problemas propostos aos alunos tinham como características: possibilidade de ser resolvidos pela aplicação direta de um ou mais algoritmos; a tarefa básica na sua resolução era identificar que operações ou equações seriam apropriadas para a sua solução; os problemas eram apresentados por meio de frases ou parágrafos curtos e vinham sempre após o desenvolvimento de determinado conteúdo; todos os dados necessários para sua solução apareciam explicitamente no texto do problema; a solução sempre existia e era única.

É importante ressaltar que os exercícios mais técnicos, do tipo: "calcule", "resolva" etc., possuem sua importância, visto que cumprem a função do aprendizado de técnicas e propriedades, mas de forma alguma

são suficientes para que o aluno desenvolva o pensar em Matemática, tampouco os prepara para que possam continuar aprendendo ou ainda para que tenham ferramentas efetivas para intervenção no mundo à sua volta (DINIZ, 2000).

É um grande erro pedagógico, de acordo com Vergnaud (1991), considerar que o ensino consiste necessariamente de uma parte de exercícios repetitivos para a aquisição, por simples condicionamento, de procedimentos preestabelecidos. Segundo o autor, a criança somente constrói um conceito se o compreende, se é capaz de explicá-lo e se consegue dar conta das relações que o conceito mantém com os outros conceitos do campo conceitual, relativos às situações às quais se aplicam.

Os resultados apontados nesta pesquisa mostram que não houve um trabalho efetivo, nem em quantidade, nem em qualidade, com os problemas de combinatória nas classes dos alunos pesquisados. O fato de haver maiores acertos apenas nos problemas cujas variáveis apresentaram valores baixos, leva-nos a concluir que o desempenho dos alunos na prova se deveu provavelmente aos seus conhecimentos básicos anteriores, através dos quais tentaram resolver os problemas propostos de forma intuitiva e usando cálculo mental, conforme já havia apontado a pesquisa de Taxa (2001). Esse fato evidencia que o trabalho realizado pelos professores em sala de aula, mediado direta ou indiretamente pelo uso do livro didático, teve papel pouco significativo.

Os dados aqui relatados nos fazem olhar o outro lado da moeda no que se

refere ao uso do livro didático. A pesquisa mostra que o professor não segue o livro didático de forma pontual, como inicialmente acreditamos. Se, por um lado, o livro didático, tal como tem sido enfatizado por vários autores, é usado a serviço de interesses econômicos e do próprio estado em detrimento da autonomia do professor, por outro, também é verdade que o professor pode fazer uso desse material de forma precária e indevida, a depender dos critérios que o levam a escolher e empregar esse material.

Na realidade, o professor atua como mediador no uso do livro didático e seria fundamental que essa mediação fosse qualificada, como pontua Lajolo (1996, p. 6).

O melhor dos livros didáticos não pode competir com o professor: ele, mais do que qualquer livro, sabe quais os aspectos do conhecimento falam mais de perto a seus alunos, que modalidades de exercício e que tipos de atividades respondem mais fundo em sua classe.

No caso da nossa pesquisa, salienta-se que a ação do professor da Escola B, ocorreu para simplificar e, portanto, empobrecer o contato dos alunos com a diversidade de significados da multiplicação. Na Escola A, isso não foi diferente se considerarmos que o professor selecionou as atividades que trabalhou com os alunos de uma maneira restrita.

De fato, o que observamos foi uma mediação empobrecedora, muito provavelmente influenciada por uma formação precária relativa ao domínio do próprio conteúdo – no caso, o campo conceitual das estruturas multiplicativas – e a sua forma de ensiná-lo a crianças em níveis distintos,

com base em diferentes situações. Nesse sentido, Nacarato (2004, p. 17) comentando acerca do uso do livro didático, pondera que

A prática de ensino de Matemática sempre foi marcada pelo mecanicismo e pela repetição. Até recentemente tínhamos como crença de que o que orientava o professor para a sua prática de sala de aula, era o livro didático. Atualmente, temos dúvida quanto a isso.

De fato, embora tenham ocorrido modificações significativas nos livros didáticos, após as avaliações do Programa Nacional do Livro Didático – PNLD – implantado pelo MEC desde 1996, tais mudanças parecem não ter influenciado/alterado a prática dos professores, fato que pode ser verificado por meio dos resultados da pesquisa aqui revelados. Tal argumento encontra respaldo no fato de que, os livros mais bem avaliados não são necessariamente aqueles adotados pelos professores na rede pública, conforme mostra o trabalho realizado por Scaff e Senna (2000).

Os resultados obtidos e as discussões realizadas nesta pesquisa levam-nos a equacionar o problema do uso do livro didático em termos da formação docente. Superar a questão que situa o professor como instrumento do livro didático, ou a do professor que usa mal o livro didático, só é possível por uma formação profissional qualificada do mesmo.

Os dados levantados neste trabalho mostram como é fundamental a formação do professor e o seu preparo para a utilização do material pedagógico. (FURTADO, 1987). Ou seja, em que pese alguns pro-

blemas que o livro didático ainda possa ter, esse material ainda funciona como um importante auxiliar. Qualquer tentativa de melhoria na sua qualidade ou, de modo geral, na qualidade do ensino, passa necessariamente pela universidade, via formação dos professores (SCAFF e SENNA, 2000) e pelo desenvolvimento de pesquisas nessa área.

Notas

¹ Os dados da primeira etapa, relativos ao desempenho dos alunos nos problemas de combinatória foram levantados pelos mesmos autores. Esta pesquisa faz parte do projeto “Problemas multiplicativos envolvendo combinatória: estratégias de resolução empregadas por alunos do Ensino Fundamental”, financiada pela Fundect/MS. O dados aqui trabalhados constam do Relatório Final da Pesquisa de junho de 2008.

² ANDRINI, A. e VASONCELLOS, M. J. *Praticando Matemática*. Editora do Brasil, São Paulo: 2002.

Referências

BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto. *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília: MEC/SEF, 1998.

BRASIL Ministério da Educação. *Guia de livros didáticos PNLD 2008: Matemática / Ministério da Educação*. Brasília: MEC, 2007. 152 p. – (Anos Finais do Ensino Fundamental)

BRITO, Márcia R. F. de; CORREA, Jane. O significado do conceito de divisão em crianças de escola elementar. In: III CONFERENCIA ARGENTINA DE EDUCACIÓN MATEMÁTICA. Libro de Resúmenes. Salta: SOAREM/UNSa, 2003. p. 150.

DANTE, Luis Roberto. Livro Didático de matemática: uso ou abuso? Em *Aberto*, Brasília, n. 69, jan./mar. 1996.

DINIZ, Maria Ignez. Resolução de problemas e comunicação. In: SMOLE, Kátia C. S.; DINIZ, Maria Ignez (Org.). *Ler escrever e resolver problemas: habilidades básicas para aprender Matemática*. Porto Alegre: Artmed, 2000.

FREITAG, Bárbara; COSTA, Wanderley F. e MOTTA, Valéria R. O livro didático em questão. 3. ed. São Paulo: Cortez, 1997.

FURTADO, Roberto Cossich. Resenhas. Em *aberto*, Brasília, n. 35, p. 23-26, jul./set. 1987.

KOUBA, Vicky L. Children's solution strategies for equivalent set multiplication and division word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, v. 20, n. 2, p. 147-58, 1989.

LAIJOLA, Marisa. Livro didático: um (quase) manual do usuário. Brasília: *Em aberto*, Ano 16, n. 69, 1996.

MANDARINO, Mônica Cerbella Freire; BELFORT, Elizabeth. Como é escolhido o livro didático de Matemática dos Primeiros Anos do Ensino Fundamental? In: *Anais do VIII ENEM - Encontro Nacional de Educação Matemática*. Recife: UFPE, 2004.

MORO, Maria Lúcia F.; SOARES, Maria Tereza C. Níveis de raciocínio combinatório e produto cartesiano na escola fundamental. *Educação Matemática Pesquisa*, v. 8, p. 99-124, 2006.

NACARATO, ADAIR M. A formação de professores que ensinam Matemática: perspectivas e desafios frente às políticas públicas. In: VIII ENCONTRO NACIONAL DE EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, 2004, Recife. Anais... Recife: Sociedade Brasileira de Educação Matemática, 2004. v. 1. p. 15-29.

NUNES, Terezinha; BRYANT, Peter. Crianças fazendo Matemática. Porto Alegre: Artmed, 1997.

ONUCHIC, Lourdes Ensino-aprendizagem de Matemática através da resolução de problemas. In: BICUDO, maria (Org.). Pesquisa em educação Matemática: concepções e perspectivas. São Paulo: Ed. UNESP, p. 199-220, 1999.

PAIS, Luis Carlos. Estratégias de ensino de geometria em livros didáticos de matemática em nível de 5ª a 8ª série do ensino fundamental. In: 29ª REUNIÃO ANUAL DA ANPED. Anais... Caxambu: 2006.

SCAFF, Elisângela. A. S.; SENNA, Ester. O guia de livros didáticos e sua (in) utilização no Brasil e no Estado de Mato Grosso do Sul. *Tecnologia Educacional*, Rio de Janeiro, RJ, v. 29, p. 32-37, 2000.

SILVA JUNIOR, Clovis Gomes da. Critérios de adoção e utilização do livro didático de Matemática no ensino fundamental, e a participação do professor na adoção: o caso do Agreste de Pernambuco. 2005. Dissertação (Mestrado em Ensino das ciências) – UFRPE, Recife-PE, 2005.

TAXA, Fernanda O. S. Problemas multiplicativos e processo de abstração em crianças na 3ª série do Ensino Fundamental. Tese (Doutorado). Faculdade de Educação: Universidade Estadual de Campinas, 2001.

VERGNAUD, Gérard. Multiplicative Structures. In: RESH, R.; LANDAU, M. Acquisition of mathematics concepts and processes. New York, Academic Press, 1983, p.127-74.

_____. La théorie des champs conceptuels. *Recherches en didactique des mathématiques*. v. 10, n. 13, p. 133 -70, 1990.

_____. El niño, las Matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. México: Trillas, 1991.

Recebido em 15 de agosto de 2008.

Aprovado para publicação em 30 de setembro de 2008.